

班级：自控 1405 学号：2014014145

北京化工大学

毕业设计（论文）

论文题目：基于运动约束的机械臂实时运动轨迹规划

学院名称：信息科学与技术学院

专业：自动化

学生姓名：胡海杰

导师姓名：胡标

诚信声明

本人声明：

本人所呈交的毕业设计（论文），是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名： _____ 日期： _____

毕业设计(论文)任务书

设计(论文)题目: 基于运动约束的机械臂实时运动轨迹规划

学院: 信息科学与技术学院 专业: 自动化 班级: 自控 1405

学生: 胡海杰 指导教师: 胡标 专业负责人: 李大字

1. 设计(论文)的主要任务及目标

本课题研究的主要任务是在机械臂本身的物理限制和加速度受限的情况下, 在线对机械臂的运动轨迹进行规划, 以达到时间最优, 轨迹平滑。

2. 设计(论文)的主要内容

- (1) 完成两点间的轨迹规划;
- (2) 完成两条直线轨迹之间的融合;
- (3) 撰写毕业论文;
- (4) 翻译一篇 5000 汉字左右的外文文献。

3. 设计(论文)的主要要求

本课题的主要要求是在遵循机械臂物理限制和加速度限制的基础上, 找到某种方法, 使机械臂轨迹平滑, 时间接近最优, 同时给出实现这种方法的算法。

4. 主要参考文献

- [1]张小江.机器人仿真研究及运动学动力学分析[D].吉林:吉林大学, 2005
- [2]孙秀萍.机器人手臂轨迹规划的研究[J].内蒙古师范大学学报, 2009, 38(2):174-177
- [3]时凯飞, 李瑞峰.7 自由度仿人手臂运动学研究[J].哈尔滨工业大学学报,2003,35(7):806-808
- [4]张红强.工业机器人时间最优轨迹规划[D].湖南大学, 2004
- [5]孙学俭, 于国辉, 周文乔, 徐光霁.对世界机器人发展特点的分析[J].机器人技术与应用, 2002(3),8:9
- [6]于登云, 孙京, 马兴瑞. 空间机械臂技术及发展建议. 航天器工程. 2007, 16(4): 1-8
- [7]张畅, 唐立军, 吴定祥, 贺慧勇, 司妞, 李涛. 六轴机械臂在冰箱能耗监测线中的轨迹分析[J]. 电子科技. 2014.04
- [8]马强. 六自由度机械臂轨迹规划研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2007
- [9]孙亮, 马江, 阮晓钢. 六自由度机械臂轨迹规划与仿真研究[J]. 控制工程. 2010.03
- [10]卢君宜. 基于结构参数误差补偿的农业采摘机械臂的轨迹规划[D]. 浙江: 浙江工

业大学, 2010

[11] B. Cao, G. I. Dodds, and G. W. Irwin, "Time-optimal and smooth constrained path planning for robot manipulators," in Proc. IEEE Int. Conf.

Robotics and Automation, 1994, pp. 1853–1858.

[12] S. Chand and K. Doty, "Online polynomial trajectories for robot manipulators," Int. J. Robot. Res., vol. 4, pp. 38–48, Summer 1985.

[13] J. W. Jeon and Y. Y. Ha, "A generalized approach for the acceleration and deceleration of industrial robots and CNC machine tools," IEEE Trans.

Ind. Electron., vol. 47, pp. 133–139, Feb. 2000.

[14] O. Dahl, "Path-constrained robot control with limited torques—Experimental evaluation," IEEE Trans. Robot. Automat., vol. 10, pp. 658–669,

Oct. 1994.

[15] J. Kieffer, A. J. Cahill, and M. R. James, "Robust and accurate time-optimal path-tracking control for robot manipulators," IEEE Trans. Robot.

Automat., vol. 13, pp. 880–890, Dec. 1997.

[16]刘好明. 156R 关节型机器人轨迹规划算法研究及仿真[D]. 山东: 山东理工大学, 2008

[17]解本铭, 王伟. 打磨机械臂的轨迹规划与仿真[J]. 中国民航大学学报. 2010,28[4]: 1-2

[18]习雷平, 陈自力, 田庆民. 地面无人作战系统机械臂运动学建模与仿真. 军械工程学院学报[J]. 2012, 01

[19]王树国, 蔡鹤皋. 空间智能机器人地面实验综合平台实时仿真系统. 中国宇航学会机器人学术会议(空间机器人专题)论文集. 哈尔滨工业大学机器人研究所. 1992: 49~52

[20]蒋新松. 机器人学导论. 辽宁科学技术出版社. 1994: 511~516, 543~554.

[21] S. Macfarlane, "Online smooth trajectory planning for manipulators,"

M.A.Sc. thesis, Dept. Mech. Eng., Univ. British Columbia, Vancouver, BC, Canada, 2001.

[22] R. L. Andersson, A Robot Ping-Pong Player: Experiment in Real-Time Intelligent Control. Cambridge, MA: MIT Press, 1988.

[23] W. H. Press, B. P. Flannery, W. T. Vetterling, and S. A. Teukolsky, Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1992, pp. 184–185.

[24] J. Lloyd and V. Hayward, “Trajectory generation for sensor-driven and time-varying tasks,” Int. J. Robot. Res., vol. 12, pp. 380–393, Aug. 1993.

[25] G. Sahar and J. M. Hollerbach, “Planning of minimum-time trajectories for robot arms,” Int. J. Robot. Res., vol. 5, pp. 90–100, Fall 1986.

[26] Matlab User’s Guide. Natick, MA: The MathWorks, 1995.

5. 进度安排

| | 设计（论文）各阶段名称 | 起止日期 |
|---|----------------------------|-----------|
| 1 | 调研及查阅文献、翻译外文资料、撰写文献综述、开题报告 | 1.1-3.15 |
| 2 | 完成两点间的轨迹规划 | 3.15-4.15 |
| 3 | 完成两条直线轨迹的融合 | 4.15-5.15 |
| 4 | 撰写毕业论文、答辩准备 | 5.15-5.30 |

基于运动受限的机械臂实时运动轨迹规划

摘要：本文提出并实现了一种在线获取光滑、受加加速度约束轨迹的方法。加加速度限制在工业机器人应用中非常重要，因为它可以改善路径跟踪并减少机器人的磨损。这里描述的方法使用五阶多项式的级联来提供两个路点之间的平滑轨迹。轨迹近似为具有抛物线混合轨迹的线性分段。正弦波模板用于计算从零加速度到非零加速度的斜坡的结束条件(控制点)。将这些控制点与五次多项式相结合会产生一个受控的五次轨迹，该轨迹不会振荡，并且对于指定的加加速度和加速度极限来说接近时间最优。该方法只需要计算五次控制点，每个轨迹路径点最多可计算八个点。这为在线运动算法计算时间提供了硬边界。还讨论了一种在一系列路径点上混合这些直线轨迹的方法。

关键词：加加速度受限、运动学、在线轨迹规划、最优运动、五次多项式、机器人运动

Jerk-Bounded Manipulator Trajectory Planning: Design for Real-Time Applications

ABSTRACT: An online method for obtaining smooth, jerk-bounded trajectories has been developed and implemented. Jerk limitation is important in industrial robot applications, since it results in improved path tracking and reduced wear on the robot. The method described herein uses a concatenation of fifth-order polynomials to provide a smooth trajectory between two way points. The trajectory approximates a linear segment with parabolic blends trajectory. A sine wave template is used to calculate the end conditions (control points) for ramps from zero acceleration to nonzero acceleration. Joining these control points with quintic polynomials results in a controlled quintic trajectory that does not oscillate, and is near time optimal for the jerk and acceleration limits specified. The method requires only the computation of the quintic control points, up to a maximum of eight points per trajectory way point. This provides hard bounds for online motion algorithm computation time. A method for blending these straight-line trajectories over a series of way points is also discussed. Simulations and experimental results on an industrial robot are presented.

KEY WORDS: Jerk-bounds, kinematics, online trajectory planning, optimal motion, quintic polynomials, robot motion.

目录

| | |
|--------------------------------|-----------|
| 前 言..... | 1 |
| 第 1 章 概论..... | 3 |
| 第 1.1 节 机械臂运动轨迹规划的发展概况..... | 3 |
| 第 1.2 节 机械臂运动轨迹规划的发展及研究现状..... | 3 |
| 1.2.1、机械臂运动轨迹规划的发展..... | 3 |
| 1.2.2、机械臂运动轨迹规划的研究现状..... | 3 |
| 第 2 章 轨迹规划器概述..... | 5 |
| 第 2.1 节 轨迹规划器..... | 5 |
| 第 2.2 节 提出的轨迹生成方法..... | 6 |
| 第 3 章 设计轨迹..... | 7 |
| 第 3.1 节 术语..... | 7 |
| 第 3.2 节 方法..... | 7 |
| 第 3.3 节 平方加速度波的一般近似..... | 9 |
| 第 3.4 节 距离和速度限制变化..... | 10 |
| 第 3.5 节 两路点间的轨迹产生..... | 12 |
| 第 3.6 节 计算考虑..... | 14 |
| 第 4 章 两条直线轨迹的融合..... | 17 |

| | |
|----------------------------|----|
| 第 5 章 仿真与实验结果 | 20 |
| 第 5.1 节 两点间的轨迹 | 20 |
| 第 5.2 节 直线轨迹的融合 | 22 |
| 结 论 | 23 |
| 参考文献 | 24 |
| 致 谢 | 26 |

前 言

研究表明,限制机械手行程中的抖动对减小机械手磨损、提高跟踪精度和速度具有重要意义。加加速度(以及成比例的扭矩率)的限制导致平滑的致动器负载。这有效地减小了操纵器的谐振频率的激励,并因此减小了致动器磨损。可以更快和更准确地跟踪低加加速度轨迹。此外,在某些应用中,重要的是机械手运动是平滑的。例如,移动装满流体的试管托盘的机器人必须平稳地移动以避免溢出。流体和气溶胶沉积(例如胶合、喷涂)是其中平滑运动是重要的应用的进一步实例。本文开发的方法旨在与工业机器人在线使用。因此,出于经济原因,时间优化是重要的。此外,为了实时实现轨迹,该方法必须具有低计算复杂度。

机器人运动规划的初始工作主要集中在时间最优性。吉林等人表明,无约束的时间最优轨迹不是 bang-bang 控制就是 bang-singular-bang 控制。对于路径约束的时间最优运动(PCTOM),Bobrow 等和申麦凯证明了最优参数化路径也是 bang-singular-bang 控制,陈证明了所有最优路径必须始终在至少一个致动器中饱和。该运动的标准近似是使用具有抛物线混合(LSPB)类型轨迹的线性段,该轨迹具有仔细选择的切换点,或者使用样条来近似时间最优运动。在[5]中,提出了一种计算平滑和时间最优路径约束轨迹的方法。通过优化受执行器转矩和转矩速率限制的基本轨迹,获得平滑且时间最优的运动。实验结果表明,该控制器提高了轨迹平滑度,实现的运动速度快于五次多项式轨迹和 PCTOM 轨迹。然而,这种方法(以及其他优化方法)计算量大,不适合在线使用。

三次样条常用于平滑轨迹生成。高阶多项式通常不使用,因为它们倾向于振荡,因此产生逆行运动。曹等人优化分段三次多项式样条以获得平滑且时间最优的约束运动。钱德等人使用多项式样条在关节目标点之间进行插值。但是,这些方法不允许指定加加速度限制。在[4]中,使用三次样条找到了全局最小加加速度轨迹。然而,在该方法中,必须先验地知道运动时间。全等人提出了一种方法,其中使用正弦曲线来获得适当的加减速特性。对于预定义的运动,预先计算并存储系数。使用这些系数,在线生成按比例缩放的速度剖面。

具有转矩限制的纯时间最优运动的实现是有问题的。时间最优轨迹的直接跟踪导致关节振动和标称转矩超调限制。达尔使用次级路径速度控制器在线修改标称最小时间速度曲线，这导致了可用扭矩范围的良好利用和良好的路径跟踪。基弗等人开发了一种复杂的基于计算扭矩的控制器，试图跟踪 PCTOM，同时限制执行器颤振。然而，这些基于控制器的方法不一定是工业机器人的实际选择，工业机器人通常使用封闭或专有控制器。

另一种方法是设计近似最优运动的平滑轨迹，但不固有地需要与转矩有界时间最优运动的切换点相关联的高转矩速率。这种方法通过实施加加速度限制来实现。

第 1 章 概论

第 1.1 节 机械臂运动轨迹规划的发展概况

机械手轨迹规划是轨迹控制的基础，对机械手的运行效率、平稳性、作业精确度和能量消耗具有重要意义。机械手任务空间和关节空间的基本轨迹规划方法已经成熟，但针对特定作业任务和性能指标的轨迹构造和优化方法还不断涌现，由于不连续的关节加加速度会增大轨迹跟踪误差、引起关节振动和缩短使用寿命，基于加加速度优化的轨迹规划成为研究重点。

第 1.2 节 机械臂运动轨迹规划的发展及研究现状

1.2.1、机械臂运动轨迹规划的发展

机械手轨迹规划的好坏，直接影响机器人作业质量，比如当关节变量的加速度在规划中发生突变时，将会产生冲击，若机器人固有平率较低将产生低频振动，机器人启动和停止时手部抖动就是这种现象的表现。由于机器人工作的特殊性要求机器人运动时保证有足够的安全性，在机器人工作前需要进行严格的路径规划。其中，机器人各个关节能够连续地运动以使各机械臂运动时不产生大的扰动是保证安全的关键。

1.2.2、机械臂运动轨迹规划的研究现状

目前的轨迹生成方法大致可分为离线和在线技术。如果离线(即，在机器人程序实际运行之前)计算轨迹，则有时间计算以某种最佳方式解决任务和操纵器约束的轨迹。常见的最优性准则包括在存在各种约束的情况下的最小时间和最小路径误差。这一问题在文献中得到了广泛的研究。林等人[21]描述了一种基于样条的方法，用于生成满足速度、加速度和加加速度约束的时间最优路径；shin 和 McKay 以及 Bobrow 等人[22]描述了用于计算沿受扭矩约束的参数路径的时间最优轨迹的方法。

然而，一旦计算出来，这种轨迹通常很难响应于实时传感器信息而修改，尽管这个问题可以通过放宽最优性标准和使用局部样条形成轨迹而稍微缓和。通过在线轨迹

生成，通常以某一已知采样率实时计算机械手设定点，同时将设定点发送到控制器。这使响应传感器驱动事件的机会最大化，代价是创建仅利用非常局部(通常是次优)约束的路径。最近 CPU 功率的增加目前允许在线计算更复杂的轨迹。

在线轨迹生成的经典技术是计算满足程序要求但忽略操纵器动力学的理想化路径段，然后使用跨转换窗口应用的多项式拟合将这些段连接在一起[18]。

我们认为，这种模式比人们普遍认识到的更实用。除了允许传感器响应外，它还有效地解耦了满足程序和操纵器约束的问题:在过渡窗口期间，程序路径约束被放宽，并且动力学约束占主导地位。在过渡窗口之间，路径段的加速很小，程序约束占主导地位。过渡所需的操纵器扭矩量与过渡窗口长度的平方反比[17]，因此易于控制。解耦这些约束的重要性源于这样一个事实，即在复杂的机器人任务中，我们经常需要对机械手运动施加比仅在最短时间内通过路径更丰富的约束集。例如，通常需要使操纵器以恒定速度行进，或者施加一定的力，或者停止并等待一些事件。当不存在这种需要时，可以扩展过渡窗口，使得其覆盖整个运动，并且将每个路径计算为与下一目标位置的多项式拟合[22]。

第 2 章 轨迹规划器概述

第 2.1 节 轨迹规划器

在典型的工业机器人操纵器设置中，用户或任务规划器在任务或关节空间中为轨迹规划器提供一系列路径点，操纵器应当行进通过这些路径点。自动任务规划器还可以根据与每个路点相关联的任务的性质，为每个路点提供期望的速度，通常作为最大允许速度的百分比。

轨迹规划器计算通过这些点的参考轨迹。一次规划 N 个路点的窗口。通常要求，特别是在任务空间中，在路径点之间遵循直线路径。关于每个路点，可以使用混合来连接直线路径。在这种情况下，用户或任务计划员还必须指定操纵器在混合开始之前必须接近道路点的距离。因此，不需要在每个路径点停止，并且可以沿着延伸轨迹达到显著的速度。轨迹规划器的高级部分检查路径点，为这些点指定特定速度，然后调用轨迹生成器根据任务计划员需要的运动类型计算轨迹。轨迹规划器必须在用户的路径速度和精度要求与机器人的运动限制之间进行调节。例如，在自动任务规划器在线提供稳定的路线点流的情况下，可能需要轨迹规划器调整所要求的速度，使得机器人能够在所提供的最后路线点处停止，以防再出现点。当提供新的路点时，可以稍后重新计划最后的段。轨迹的完成部分被发送到控制器，图 1。高级轨迹规划器的详细信息见[21]。

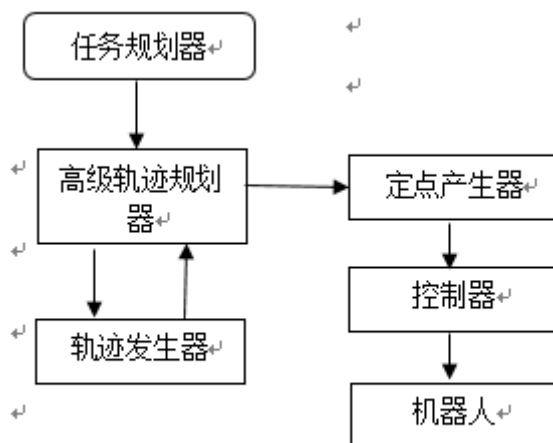


图 1

这里描述的轨迹发生器是图 1 所示的整个轨迹规划器的关键部分。轨迹生成函数

计算一组五次控制点。这些点提供描述两个路点之间的轨迹的五次多项式的结束条件。为控制点指定时间、位置、速度和加速度值。道路点为第一个五次多项式的起点和最后一个五次多项式的终点提供位置和期望速度条件。然后，一个单独的函数，即设置点生成器，计算在每个采样间隔发送到控制器的命令。由于控制器命令只计算一次，因此这提供了一种快速计算多个路点之间的轨迹的方法。

第 2.2 节 提出的轨迹生成方法

本文提出了一种生成路径点间轨迹的新方法。问题的约束条件是机械手制造商给出的执行器的运动极限(速度、加速度和加加速度极限，如果有的话)。大多数制造商提供关节空间运动和任务空间运动的速度限制(即直线路径运动限制)。加速度和加加速度限制对弹道设计很重要，但在实践中，这些限制可能必须通过试验确定，或向制造商提出具体要求。

该方法基于提供加加速度受限运动。它实时计算一条点到点的轨迹，其中最多有 8 个五次控制点是所需路径所特有的。与使用时间尺度多项式的方法不同，这种方法模仿路径的最优 LSPB 轨迹的理想(但不具有加加速度限制)行为(典型的工业标准)。结果表明，在获得接近最优的 LSPB 和在线性能的同时，考虑了最大加加速度、加速度和速度限制。该方法利用了五次多项式固有的光滑性和快速的计算特性，避免了五次多项式易振荡的缺点。特别地，所提出的方法有效地计算五次端点条件，使得整个轨迹接近时间最优，但仍尊重所有运动学限制。

在第三章中，提供了生成加加速度约束轨迹所需的构造块。本章还介绍了避免五次多项式振荡的方法。在本节的最后，利用所开发的组件在两个方向点之间生成一维轨迹，并讨论了计算这些轨迹的计算成本。在第三章中，描述了一种用于在这些直线轨迹段之间生成受加加速度限制的混合的方法。第四部分对两种工业机器人的点对点运动进行了仿真和对比实验。此外，提供了在工业机器人上执行的多路点实现以演示如何将本文描述的方法用于更复杂的路径。

第3章 设计轨迹

第3.1节 术语

这里，使用各种术语来描述轨迹段。这些术语由它们描述的参数修改，并且在图2中示出。

- 1) 斜坡:任何参数的变化。例如，速度斜坡将意味着速度变化。
- 2) 巡航:表示相关参数无变化，如速度巡航为恒速段。
- 3) 脉冲:由斜坡上升和斜坡下降组成。
- 4) 持续脉冲:由上升、巡航和下降组成。

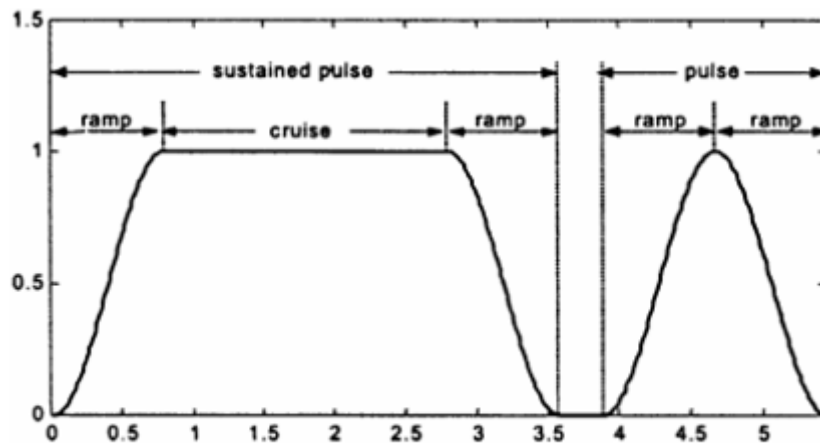


图 2. 轨迹段术语

第3.2节 方法

LSPB 轨迹在最大、最小和零加速度之间切换，以实现时间最优运动，同时遵守速度限制。然而，这种类型的运动导致无限加加速度，并且因此不容易跟踪，导致比预期更长的运动时间。如果这种类型的运动可以使用一系列平滑函数来近似，所述平滑

函数至少是平方连续的，也就是说，其二阶导数是连续的，则得到的运动将是快速的和可跟踪的。

五阶多项式(quintics)是可以指定端点位置、速度和加速度的最低阶多项式。

$$p(t) = b_5t^5 + b_4t^4 + b_3t^3 + b_2t^2 + b_1t + b_0 \quad (1)$$

必须仔细指定五次多项式的结束条件，以避免非单调位置分布，这可以用高阶多项式观察到。例如，当要求的位置变化很小时，但要求的速度变化或端点速度幅度相对较大时，可能发生这种情况。为了满足要求的结束条件，五次多项式将沿路径反向(振荡)。

五次多项式提供二次加加速度曲线，而三次多项式提供恒定加加速度曲线。至少，三次轨迹将在轨迹路径点处导致加加速度不连续性，并可能导致无限加加速度。安德森使用五次曲线进行点对点的运动，并推导出五次曲线的运动时间，从而使速度和加速度限制得到遵守。还可以确保遵守加加速度限制。然而，将这一工作扩展到初始和或最终速度非零的情况需要反复求解三阶方程。此外，得到的轨迹将比这里提出的轨迹慢，并且可能具有许多不期望的振荡。

通过给五次曲线分配适当的开始和结束条件，可以找到连接两个指定路径点的平滑轨迹，同时满足轨迹端点处的加速度连续性(有限加加速度)。也就是说，两个路点之间的轨迹形成一系列相连的五次曲线，每个五次曲线的初始条件等于前一个五次曲线的结束条件。因此，这种轨迹具有二阶导数连续性。

在路径点之间，希望五次曲线遵循理想的 LSPB 轨迹模板，而没有振荡效应。这需要仔细选择一系列控制点，在这些控制点之间，五次曲线将按照规定的方式表现，同时考虑速度、加速度和加加速度限制。轨迹遵循 LSPB 模式；也就是说，它仍然形成一系列速度斜坡和速度巡航段。但是，速度斜坡不再是线性的，现在使用正弦形状的模板来约束三次加速度曲线来生成加速度斜坡。

正弦波模板提供其振幅与其导数的最大值之间的恒定关系。基于具有适当特性的正弦波选择加速和减速斜坡的时间允许遵守加加速度限制。生成的加速/减速斜坡是平滑的，并在位置、速度和加速度域中约束为近似正弦模板。

第 3.3 节 平方加速度波的一般近似

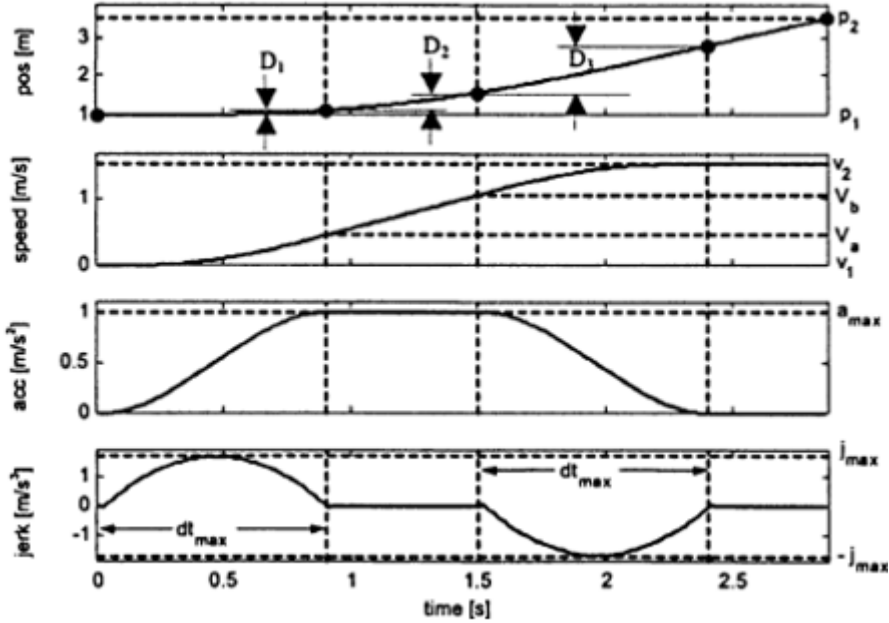


图 3. 一系列五次多项式产生的光滑轨迹^[4]

在本节中，我们开发了用于在两个方向点 (p_1, v_1) 和 (p_2, v_2) 之间构造平滑一维轨迹的方法。它基于使用五次多项式级联和正弦波近似(图 3)。在该示例中，速度斜坡期间所需的位置变化小于两个方向点之间的距离，从而允许机器人实现最大速度 v_2 ，极限加速度为 v_{max} ，最大允许加加速度为 j_{max} 。

在图 3 中， p_1 和 p_2 分别是初始位置和最终位置， v_1 和 v_2 是初始速度和最终速度。 v_a 是从零加速度到 a_{max} 的斜坡结束时达到的速度。 dt_{max} 是加速到 a_{max} 所需的时间。 v_b 是加速巡航结束时达到的速度。需要四个五次曲线(和五个控制点)来描述图 3 所示的轨迹:加速斜坡上升五次曲线、加速巡航五次曲线、加速斜坡下降五次曲线和速度巡航五次曲线。

用于加速斜升的正弦波模板的振幅等于加速极限的一半($a_{max} / 2$)，最大斜率等于 j_{max} (最大加加速度)。通过跟随该斜坡半个周期，五次轨迹可以平滑地斜坡上升而不违反加速度或加加速度限制。因此，分配给斜坡的时间是

$$dt_{max} = \frac{\pi a_{max}}{2j_{max}} \quad (2)$$

该加速度斜坡模板将沿轨迹的加速度限制为区间 $[-a_{max}, +a_{max}]$ 并将加加速度限

制为区间 $[-0.98j_{max}, +0.98j_{max}]$ 。在加速斜坡期间由模板施加的加加速度轮廓是抛物线形的，并且在 $\pm 0.0505a_{max}$ 处开始和结束。因此，斜坡之间的加加速度轮廓在五次控制点处是不连续的。这种不连续性至多为加加速度极限的 10 %。

在图 3 中，加速斜坡上升到 a_{max} 之后是加速巡航，然后是加速斜坡下降到零加速。当剩余的期望速度变化等于 dV_{rd} 时，斜坡下降开始，其中

$$dV_{rd} = \frac{a_{max}dt_{max}}{2} \quad (3)$$

加速斜坡上升和斜坡下降是对称的，简化了积分过程。速度坡道还关于从坡道开始到坡道结束绘制的直线对称。

对于相同的速度和位置变化，对应的 LSPB 轨迹时间小于五次轨迹时间(dt_{max})，但五次轨迹具有有界加加速度，因此是可跟踪的。

为了生成图 3 所示的整个轨迹，基于 SAP 算法计算五次控制点。对应于速度巡航结束的第五个五次控制点也是必要的。

第 3.4 节 距离和速度限制变化

对于路径点 p_1 和 p_2 之间的短行程距离 D ， a_{max} 的加速脉冲可能导致距离 D 的过冲。这是当

$$D < D_{min} \quad (4)$$

时的情况，其中

$$D_{min} = a_{max}dt_{max}^2 + 2v_1dt_{max} \quad (5)$$

而且，如果期望速度变化 $dV = v_2 - v_1$ 满足

$$dV < dV_{min} \quad (6)$$

其中

$$dV_{min} = dt_{max}a_{max} \quad (7)$$

a_{max} 的加速脉冲将超过期望的速度变化。

在这两种情况下，如果不超过规定的轨迹极限(D 或 dV)，则无法达到最大允许加速度 a_{max} 。在这种情况下，第 3.3 节中使用的方法必须修改。该运动现在基于加速斜坡上升到较低加速度 a_{peak} ，然后立即斜坡下降到零加速度，即加速度脉冲 a_{peak} 。如有必要，随后将进行速度巡航。

如果 $D < D_{min}$ 和 $dV > dV_{min}$ ，只有期望行程是受限的。在这种情况下，描述距离 D 的方程可以通过加加速度、加速度和速度曲线的积分得到

$$D = \frac{2j_{max}}{\pi} dt^3 + 2v_1 dt \quad (8)$$

其中 dt 是上升到 a_{peak} 的时间。因此， dt 可以通过解这个方程得到。

$$dt^3 + \frac{\pi v_1}{j_{max}} dt - \frac{\pi D}{2j_{max}} = 0 \quad (9)$$

方程 9 只有一个正实根 dt (只要 $v_1 > 0$)，其可以直接通过平均 1.5 次迭代中的泰勒级数近似找到。

加速度峰值

$$a_{peak} = \frac{2j_{max} dt}{\pi} \quad (10)$$

如果 $dV < dV_{min}$ 且 $D > D_{min}$ ，只有期望速度变化是受限的。在这种情况下，上升到 a_{peak} 的时间可以通过

$$dt = \sqrt{\frac{\pi(v_2 - v_1)}{2j_{max}}} \quad (11)$$

计算得到。

$$dD = D - (v_2 + v_1) dt \quad (12)$$

在由距离或速度限制的运动的条件下，描述两点间的运动需要三个五次项：加速度斜坡上升五次项，加速度斜坡下降五次项，以及在速度受限的情况下，速度巡航五次项，图 4 展示了在速度受限的情况下的一条样本轨迹。

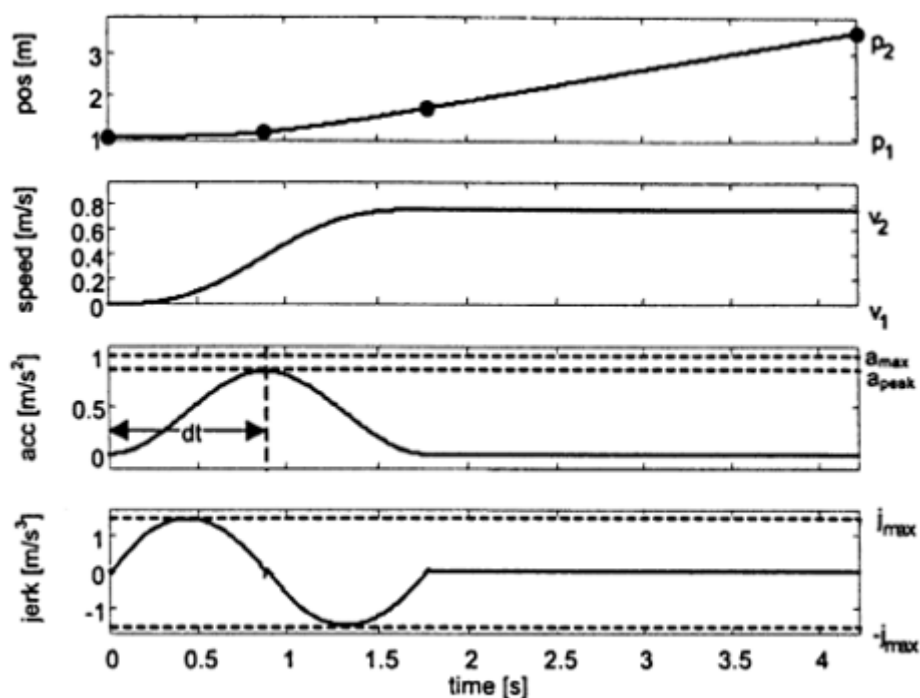


图 4. 速度受限的轨迹

第 3.5 节 两路点间的轨迹产生

根据每个点的结束条件，上述方法被组合以生成两个路点之间的平滑轨迹。所提供的每个路点具有指定的位置和速度，而在这些路点中的每一个处的加速度被设置为零以确保有界加加速度并减少计算负担。

基于点之间的距离、在每个路点处必须达到的速度以及加速度和加加速度限制来计算连接任意两个给定路点的一维轨迹。

在以下情况下，设 D 为两个路点 p_1 和 p_2 之间的距离； v_1 和 v_2 分别是点 1 和 2 处的期望速度；并且当在点 1 和点 2 之间行进时，让速度限制 v_{max} 成为最高允许速度。同样，最大允许加速度是 a_{max} ，极限加加速度是 j_{max} 。

如果 $v_2 < v_1$ ，则交换速度，使得所有运动都可以被视为速度增加。然后在轨迹计算结束时进行适当的修改。这允许根据速度将所有运动分成三类。

情况 1: $v_2 \neq v_1, v_{max} = v_2$:为了尽可能快地执行运动, 运动以加速阶段开始。如果 $D > D_{min}$ [比较(5)]和 $v_2 - v_1 > dV_{min}$ [比较(7)], 则使用 SAP 轨迹。否则使用加速脉冲轨迹。

情况 2: $v_2 \neq v_1, v_{max} \neq v_2$:基于距离 D 以及速度 v_1 、 v_2 和 v_{max} , 可能有几种情况。

(1) 如果从 v_1 上升到 v_2 需要的距离 D_v 比 D 要大, 令 $v_{max} = v_2$ 回到情况 1。

(2) $v_{max} - v_2 > dV_{min}$,见图 5。

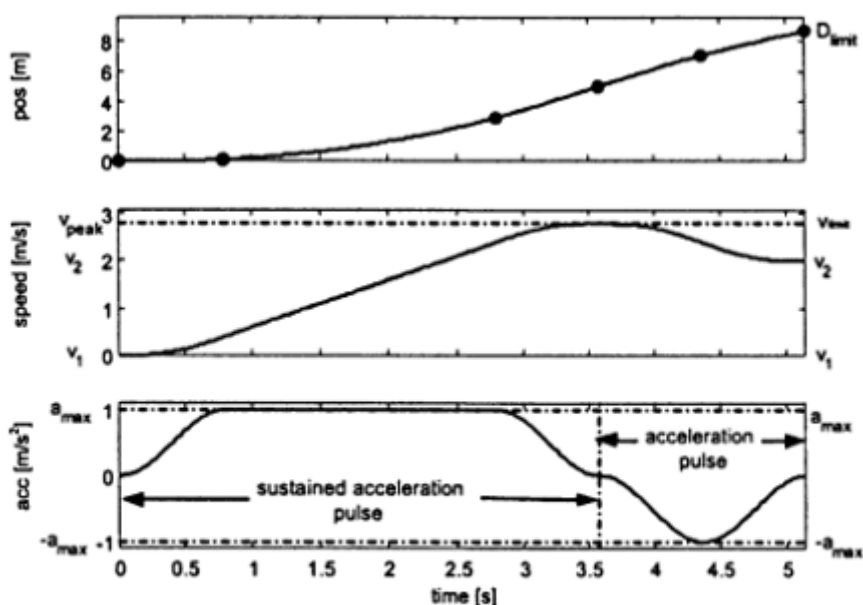


图 5. D_{limit} 的定义

计算最小距离 D_{limit} 。 D_{limit} 是当从 v_1 斜升到 v_{limit} , 然后从 v_{limit} 斜坡下降到 v_2 时能够使用持续加速脉冲所必需的最小距离。 v_{limit} 是在加速度 a_{max} 下从 v_2 开始能达到的最大速度。 D_{limit} 的计算已在图 5 表示。将 D_{limit} 与 D 进行比较, 以确定计划轨迹是由加速脉冲还是持续加速脉冲组成。

2a) $D > D_{limit}$ 使用持续加速脉冲

持续加速脉冲用于产生从 v_1 到 v_{peak} 以及然后从 v_{peak} 到 v_2 的速度斜坡,

其中 v_{peak} 是 p_1 和 p_2 轨迹之间达到的最大速度。如果 D 足够大, $v_{peak} = v_{max}$,

v_{max} 的速度巡航是必要的, 否则, $v_{peak} < v_{max}$, 并且基于 D 缩短了以 v_{max} 开始或结束的速度斜坡相对应的加速巡航, 由图 6 显示。

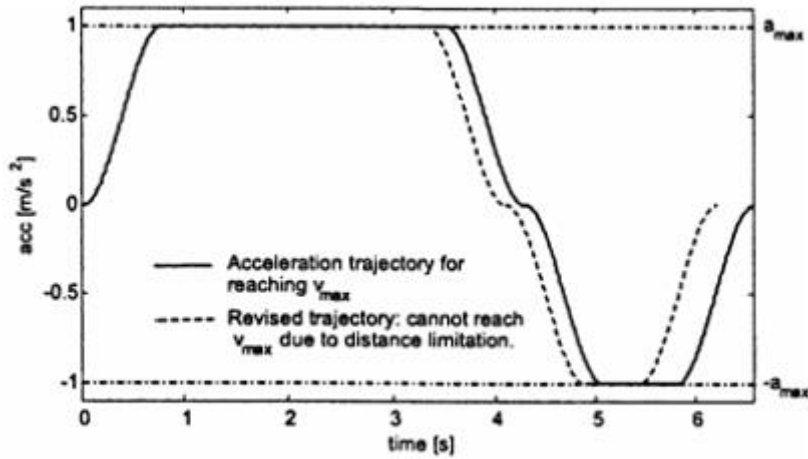


图 6. 缩短的加速段的定义⁴⁾

2b) $D < D_{limit}$, 使用最少一个加速脉冲

这种情况下, 可以得到 $v_{peak} < v_{max}$, v_{peak} 基于从 v_1 到 v_2 速度斜坡, 紧接着是一个从 v_2 到 v_{peak} , 从 v_{peak} 回到 v_2 的速度脉冲, 如图 7 所示。

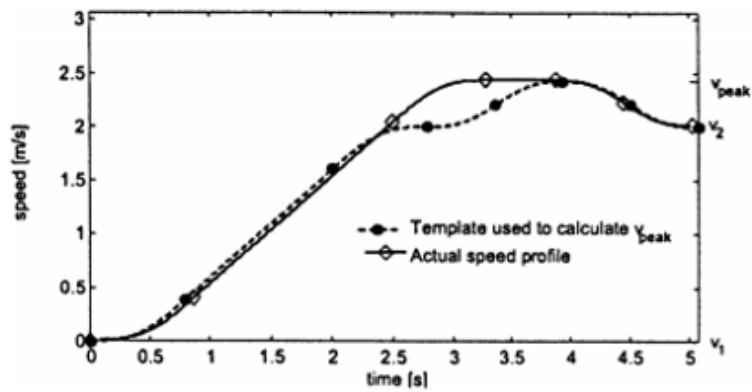


图 7. 决定 v_{peak} 的模板⁴⁾

然后, v_{peak} 的该计算值用于生成实际轨迹, 包括从 v_1 到 v_{peak} 的速度斜坡、在 v_{peak} 的速度巡航、随后从 v_{peak} 到 v_2 的速度斜坡。

这种计算在 v_1 、 v_2 、 D 、 a_{max} 和 j_{max} 的约束下为最优 v_{peak} 提供了相对

于计算成本更高(四阶方程)的解决方案的这种情况的有效解决方案。

(3) $v_{max} - v_2 < dV_{min}$ [见比较 7]

在这种情况下,需要一个加速脉冲从 v_{peak} 斜坡下降到 v_2 。在情况 2 中,受限距离已经计算了,这个时间基于 $v_{peak} = v_{max}$

如果 D 足够大, $v_{peak} = v_{max}$, 使用一个速度斜坡从 v_1 到 v_{peak} , 并增加一个 v_{peak} 的速度巡航段。否则就使用情况 2b。

因此,对于情况 2, 轨迹由从 v_1 到 v_{peak} 的速度斜坡, v_{peak} 的速度巡航, 如果必要的话, 紧接着一个从 v_{peak} 到 v_2 的速度斜坡组成。最多使用七个五次多项式(八个五次控制点)来描述连接两个路点之间的轨迹。也就是, 最多三个五次多项式来描述从 v_1 到 v_{peak} 的速度斜坡, 一个五次多项式来描述速度巡航, 最多三个五次多项式来描述从 v_{peak} 到 v_2 的速度斜坡。

情况 3: $v_2=v_1, v_{max}=v_2$: 情况 3 是不重要的。它导致等式(1)的系数 b_5, b_4, b_3, b_2 归零。也就是说(1)变成一个一次多项式。

第 3.6 节 计算考虑

一旦通过本文提供的算法计算了五次控制点(即, 每个五次的结束条件和对应于每个五次的时间), 就有必要确定对应于每个五次的(1)中的系数[通过取(1)关于时间的一阶导数和二阶导数, 可以导出六个方程。由于位置、速度和加速度在每个五次方程的开始和结束时是已知的, 因此可以求解由六个方程和六个未知数(五次系数)组成的系统。

$$\begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & t_1^3 & t_1^4 & t_1^5 \\ 0 & 1 & 2t_1 & 3t_1^2 & 4t_1^3 & 5t_1^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_1 & 12t_1^2 & 20t_1^3 \\ 1 & t_2 & t_2^2 & t_2^3 & t_2^4 & t_2^5 \\ 0 & 1 & 2t_2 & 3t_2^2 & 4t_2^3 & 5t_2^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_2 & 12t_2^2 & 20t_2^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ v_1 \\ a_1 \\ x_2 \\ v_2 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

t_1, x_1, v_1, a_1 是五次多项式初始的时间, 位置, 速度和加速度, 类似的, t_2, x_2, v_2, a_2 是五次多项式结束时的时间, 位置, 速度和加速度, b_0 到 b_5 是五次多项式的未知系数。

为了简化这个系统，将 t_1 设为 0。矩阵的顶部变为对角，系统简化为由三个方程和三个未知量组成的系统，适合于在基于数字信号处理器（DSP）的轨迹规划器上求解。

在计算描述两个路点之间的轨迹所需的五次多项式控制点时不涉及先验计算。最复杂的必要操作是立方根，在这种情况下，需要最多 478 个浮点运算来确定五阶控制点。因此，该方法满足低计算复杂度的要求。

第 4 章 两条直线轨迹的融合

在机器人轨迹的在线生成中,通常使用连接多项式来消除相邻路径段之间速度和加速度的不连续性。本文提出了一种用于执行这种转换的新技术,其中相邻路径段被“混合”在一起,并且使用初始路径速度的估计来去除过量加速度。由于此方法不需要预先了解路径段,因此它可以处理路径随时间变化的情况(如跟踪传感器或控制输入时)。该方法还可用于调整过渡曲线的空间形状(例如使其绕过或通过“过孔点”),这对于处理由不同类型的操纵器任务施加的约束可能是必要的。当混合路径为非线性路径时,可以在生成的过渡加速度上设置严格的边界。混合技术直接用于矢量轨迹,可以修改为处理三维旋转轨迹。给出了一种简单的轨迹生成算法。

轨迹发生器是机械手控制系统一部分,其接受运动命令并产生可由反馈控制器跟踪的设定点流(通常以固定采样率)。运动命令通常规定操纵器要满足的约束,例如目标位置、速度、路径形状、到达时间以及刚度或柔顺力。轨迹生成器然后必须产生尽可能接近地满足这些约束的采样路径。轨迹生成中的一个中心问题是,指定的任务约束往往与机械手本身的运动学或动力学约束相冲突。特别地,最终路径必须是平滑的,在速度上没有间断并且可能具有更高的导数。

在前面两章介绍了一种在两个一维路点间产生光滑轨迹并遵守路径运动限制的算法。然而,有时规划许多描述期望路径的 n 维路点的光滑轨迹是有必要的。

如果点对点(直线)轨迹必须通过每一个路点,那么轨迹必须在每一个路点停止,在这些路点路径方向发生变化。否则,轨迹速度曲线是不连续的。然而,在每一个路点频繁的停止会减慢整个运动。路点间能达到的速度是受限制的,通过一系列路点的平均速度也受到限制。这些停止可以通过让路径偏离一系列路点来避免,使用融合来平滑地通过路点同时改变方向但不会停止。

在这里,我们选择由 Lloyd 和 Hayward 创建的融合函数来产生两条多项式轨迹间的平滑过渡,融合期间它在加速度上是连续的。在本节中,这种方法用来提供两条在 n 维空间中预定义的直线部分的平滑过渡。

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_s + \frac{\mathbf{p}_e - \mathbf{p}_s}{\|\mathbf{p}_e - \mathbf{p}_s\|} q(t) \quad (14)$$

\mathbf{p}_s 和 \mathbf{p}_e 是初始的位置向量。

直线路径具有零法向加速度和加加速度分量的优点:所有速度、加速度和加加速度分量均与路径相切,并等效于轨迹速度、加速度和加加速度。在混合过程中,法向分量不再为零,必须考虑。

假设操纵器在某些坐标系中遵循特定路径 $\mathbf{x}_1(t)$,并且在时间 t_s 切换到第二路径 $\mathbf{x}_2(t)$ 。这些路径的时间依赖性可由轨迹发生器(例如通过在过孔点之间内插)和外部影响(例如通过跟踪运动目标)两者引起。关于路径 \mathbf{x}_1 和 \mathbf{x}_2 的假设非常少,除了它们单独地为机器人提供平滑的轨迹(即,它们在位置、速度和可能的更高阶导数上没有间断)。

在该工作中,假定 $\mathbf{x}_1(t)$ 和 $\mathbf{x}_2(t)$ 也是光滑函数。这里,由于所提出的混合之间的直线轨迹规划方法强制零加速度结束条件,并且 $\mathbf{x}_1(t)$ 和 $\mathbf{x}_2(t)$ 可以被假设为恒速直线轨迹,在从直线运动到混合的过渡期间没有加速度连续性的损失(过渡处加速度为零)。

如果没有施加过渡,则在 $t = t_s$ 处的路径之间的切换通常将在加速度、速度和可能的位置上产生不连续性。对此的常规补救办法[23]相当于将 $\mathbf{x}_1(t)$ 和 $\mathbf{x}_2(t)$ 与跨越区间 $t \in [t_s - \tau, t_s + \tau]$ 的平滑多项式连接起来,以获得 t 的某个适当值。

让关于路径点 \mathbf{p}_1 的混合从点 \mathbf{p}_{1a} 开始,到点 \mathbf{p}_{1b} 结束。这些点具有相应的速度 \mathbf{v}_{1a} 和 \mathbf{v}_{1b} 。利用一种新的无量纲时间坐标,在参数化空间中设计了两个轨迹 $\mathbf{x}_1(t)$ 和 $\mathbf{x}_2(t)$ 的混合

$$\sigma = \frac{t - t_s + \tau}{2\tau} \quad (15)$$

这种混合发生在间隔 $\sigma \in [0,1]$ 在(15)中, t 是时间参数, t_s 是轨迹相交的时间, τ 是允许在两条路径之间切换的时间的一半。

继[21]之后,两个多项式在转换间隔期间由线性路径表示

$$\mathbf{x}_1(\sigma) = \mathbf{b}_1 + \mathbf{m}_1\sigma \quad (16)$$

$$\mathbf{x}_2(\sigma) = \mathbf{b}_2 + \mathbf{m}_2\sigma \quad (17)$$

其中 \mathbf{b}_i 和 \mathbf{m}_i 分别是 $\sigma = 0$ 时的位置和 $\mathbf{x}_i(\sigma)$, $i = \{1,2\}$ 的方向, $\mathbf{x}_1(\sigma)$ 和 $\mathbf{x}_2(\sigma)$ 是在间隔 $\sigma \in [0,1]$ 内定义的路径。

为了确保 \mathbf{x}_1 、 \mathbf{x}_2 和混合之间的过渡平滑,混合多项式 $\mathbf{x}(\sigma)$ 必须满足以下边界条件:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{p}_{1a}, \quad \mathbf{x}(1) = \mathbf{p}_{1b} \quad (18)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(0) = 2\tau\mathbf{v}_{1a}, \quad \dot{\mathbf{x}}(1) = 2\tau\mathbf{v}_{1b} \quad (19)$$

其中混合开始和结束时的加速度设置为零，如上所述。然后，混合函数定义为

$$\mathbf{x}(\sigma) = \mathbf{x}_1(\sigma) + \alpha(\sigma)(\mathbf{x}_2(\sigma) - \mathbf{x}_1(\sigma)) - k\beta(\sigma)\mathbf{v}_d \quad (20)$$

$$\alpha(\sigma) = 6\sigma^5 - 15\sigma^4 + 10\sigma^3 \quad (21)$$

$$\beta(\sigma) = \sigma^6 - 3\sigma^5 + 3\sigma^4 - \sigma^3 \quad (22)$$

$$\mathbf{v}_d = \mathbf{m}_2 - \mathbf{m}_1 \quad (23)$$

k 是控制要应用的加速度补偿量的参数。如果 $\mathbf{x}_1(t)$ 和 $\mathbf{x}_2(t)$ 是一次多项式，得到的混合函数是六阶多项式。

混合的开始和结束位置通过“紧密距离”变量 ε 的定义给出。紧密度是在混合到与下一路点相关联的轨迹之前轨迹必须接近给定路点的程度的度量。较大的紧密度允许操纵器通过在路径点处“切割”拐角来快速通过一系列点。较小的紧密度距离表示沿着直线路径行进比快速行进通过道路点更重要。零紧密度表示除非相邻路径共线，否则轨迹必须停止在中间路径点(以避免不连续的速度曲线)。

这里，混合的开始和结束速度要求相等，即 $|\mathbf{v}_{1a}| = |\mathbf{v}_{1b}|$ ，并且名义上被设置为等于与路点相关联的速度的幅度 s_{blend} 。因此，混合绕其中点对称，并且在混合期间限制加加速度和加速度相对简单。在[21]中，对(20)中 $\dot{\mathbf{x}}(\sigma)$ 的临界点的分析表明，在混合过程中出现的最大加速度为

$$a_{blendMax} = \frac{5s_{blend}^2}{4\varepsilon} \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} \quad (24)$$

其中

$$\cos \theta = -\frac{(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_{1a}) \cdot ((\mathbf{p}_{1b} - \mathbf{p}_1))}{\varepsilon^2} \quad (25)$$

因此，可以通过限制混合开始和结束时的速度来确保混合加速度受到限制。也就是说，混合可以开始和结束的最大速度 $s_{blendMaxAcc}$ 服从最大路径加速度 a_{max}

$$s_{blendMaxAcc} = \sqrt{\frac{4a_{max} \cdot \varepsilon}{5\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}}} \quad (26)$$

$\ddot{\mathbf{x}}(\sigma)$ 的类似分析表明，混合过程中的最大加加速度出现在混合的开始和结束处，并由下式给出

$$j_{blendMax} = \frac{15s^3_{blend}}{2\varepsilon^2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (27)$$

此外，速度可以被限制为使得最大混合加速度等于最大允许加速度 j_{max}

$$s_{blendMaxJerk} = \left(\frac{2 \cdot j_{max} \cdot \varepsilon^2}{15 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^{1/3} \quad (28)$$

因此，在考虑加速度和加速度限制的情况下，混合可以开始(或结束)的最大速度为

$$s_{blendMax} = \min(s_{blendMaxAcc}, s_{blendMaxJerk}) \quad (29)$$

轨迹规划器使用此限制来约束(20)给出的混合，并设置混合道路点之间直线轨迹端点处的最大速度。该方法允许轨迹规划器在装配的直线+混合轨迹上最大化操纵器的速度。

混合不用于方向域，因为它计算密集。这是由于方向角的非线性方面，这使得结束条件的匹配变得复杂。取而代之的是，基于方位的四次(轴/角)表示，使用五次多项式来提供方位的轨迹，并且在每个路点(笛卡尔混合的中间)将旋转速度和加速度设置为零。虽然旋转运动在每个路点停止，但是笛卡尔运动通常不会在每个路点停止，除非需要具有大方向变化的非常短的笛卡尔运动。在这种情况下，通常希望位置运动在路径点处缓慢或停止，并且使定向运动所需的时间将施加在计划笛卡尔轨迹上。合成平移加定向轨迹的总体视图显示操纵器并未完全停止移动。仅与旋转运动相关的轴停止在每个路径点处。

第5章 仿真与实验结果

第5.1节 两点间的轨迹

假设最大允许速度 v_{max} 是 444.5mm/s，最大加速度 a_{max} 是 2540mm/s²加加速度限制 j_{max} 是 79760mm/s³，由图三

$$dt_{max} = (\pi * a_{max}) / (2 * j_{max});$$

$$V_a = v_1 + a_{max} * dt_{max} / 2;$$

$$V_b = v_2 - a_{max} * dt_{max} / 2;$$

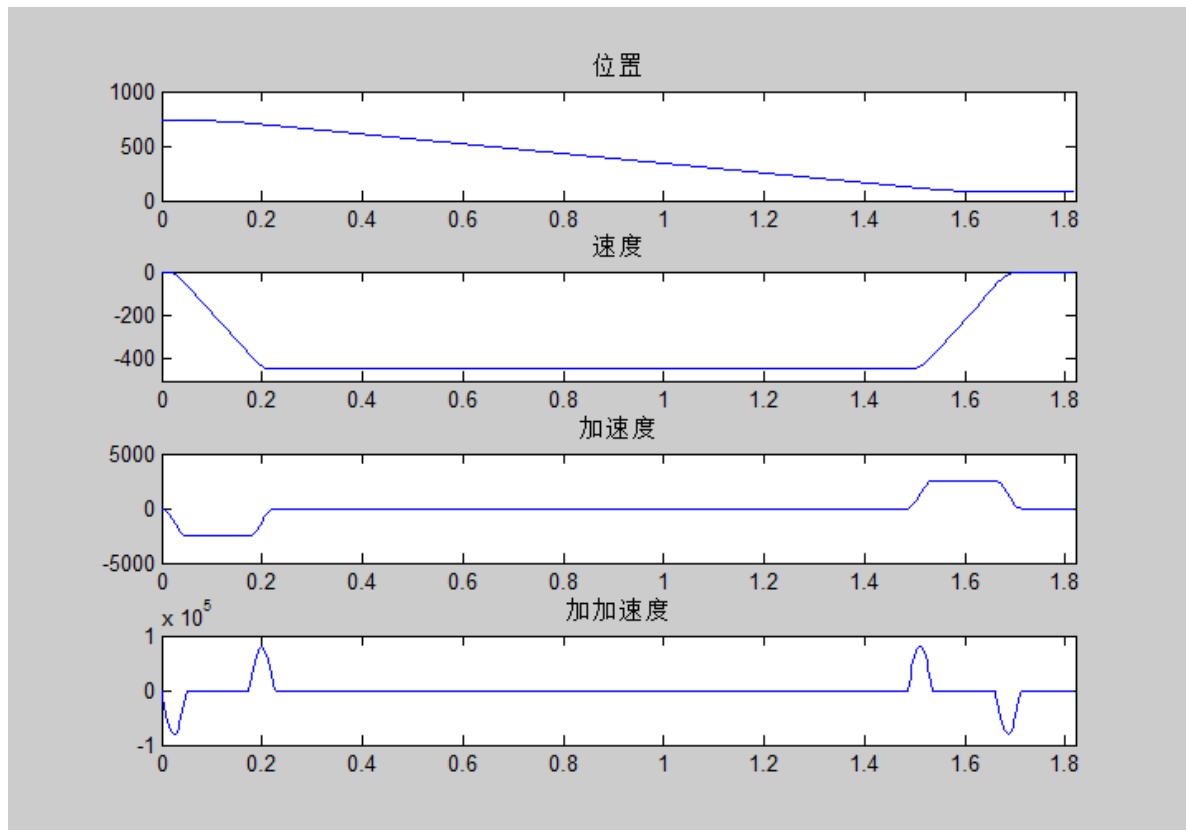
$$D_1 = a_{max} * dt_{max}^2 * (1/4 - 1/\pi^2) + v_1 * dt_{max};$$

$$D_2 = (V_b^2 - V_a^2) / (2 * a_{max});$$

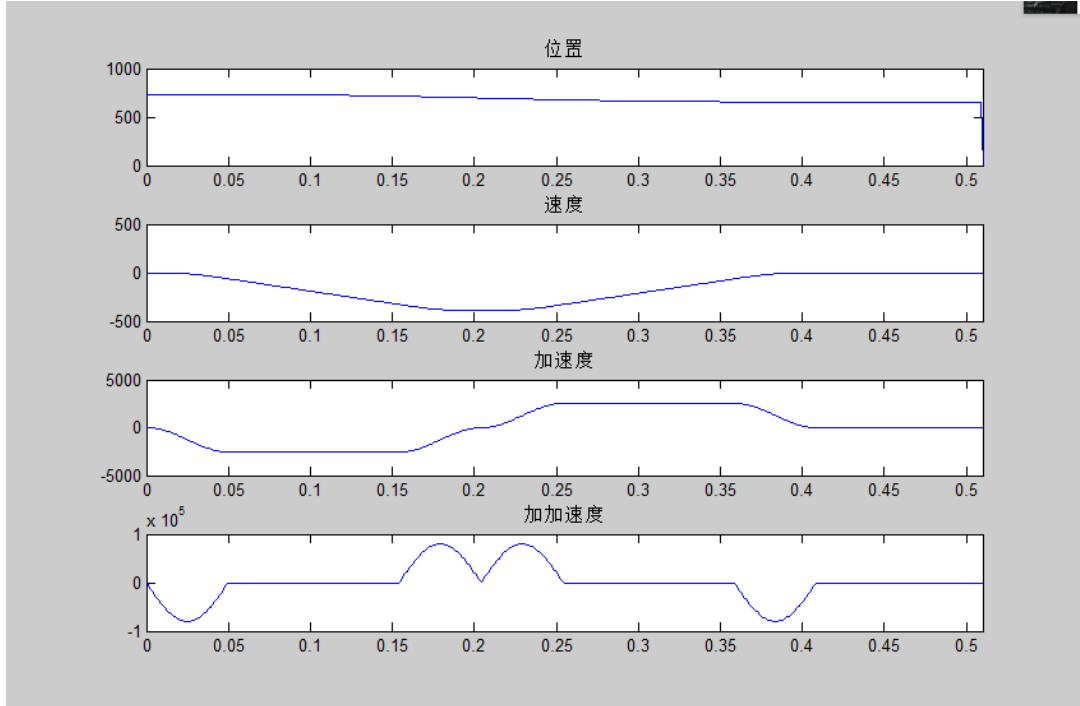
$$D_3 = a_{max} * dt_{max}^2 * (1/4 + 1/\pi^2) + V_b * dt_{max};$$

$$D_{min} = a_{max} * dt_{max}^2 + 2 * v_1 * dt_{max};$$

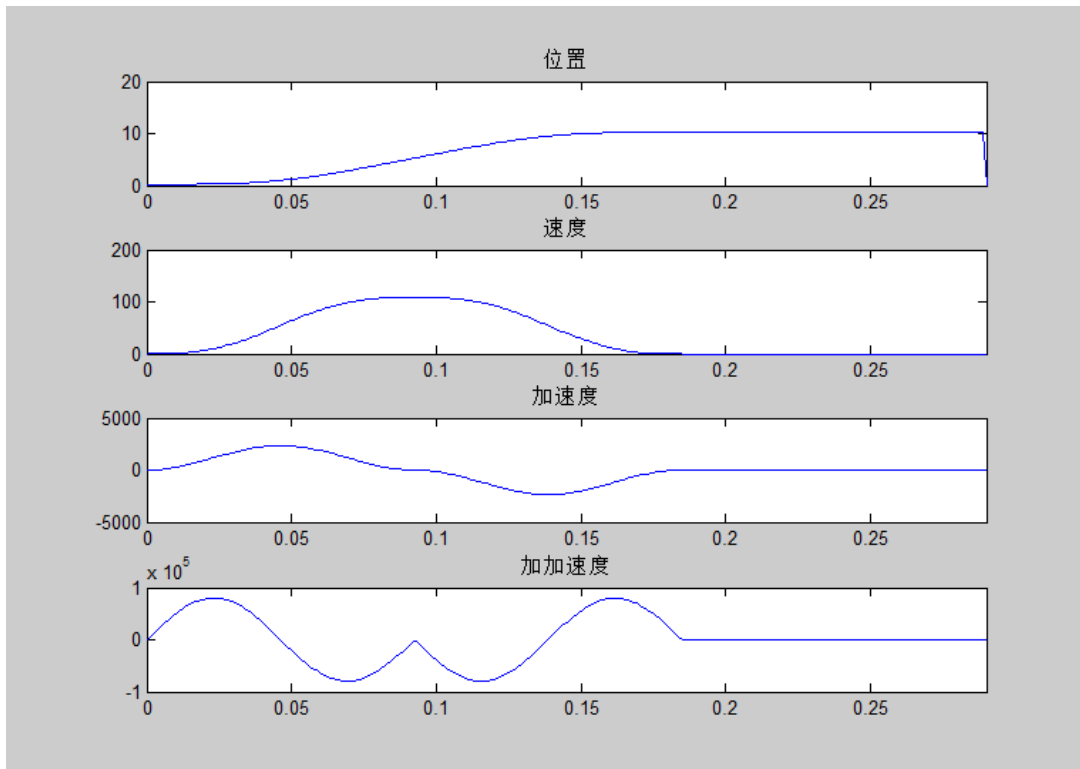
设D为两路点的距离，若 $D_1 + D_2 + D_3 < D/2$ ，说明加速度可以达到 a_{max} ，速度可以到达 v_{max} ，下图为此情况下的位置、速度、加速度、加加速度曲线图。



若 $D/2 < D_1 + D_2 + D_3$, 但 $D/2 > D_{min}$, 则加速度可以达到 a_{max} , 但速度无法达到 v_{max} , 下图为此情况下的位置、速度、加速度、加加速度曲线图。



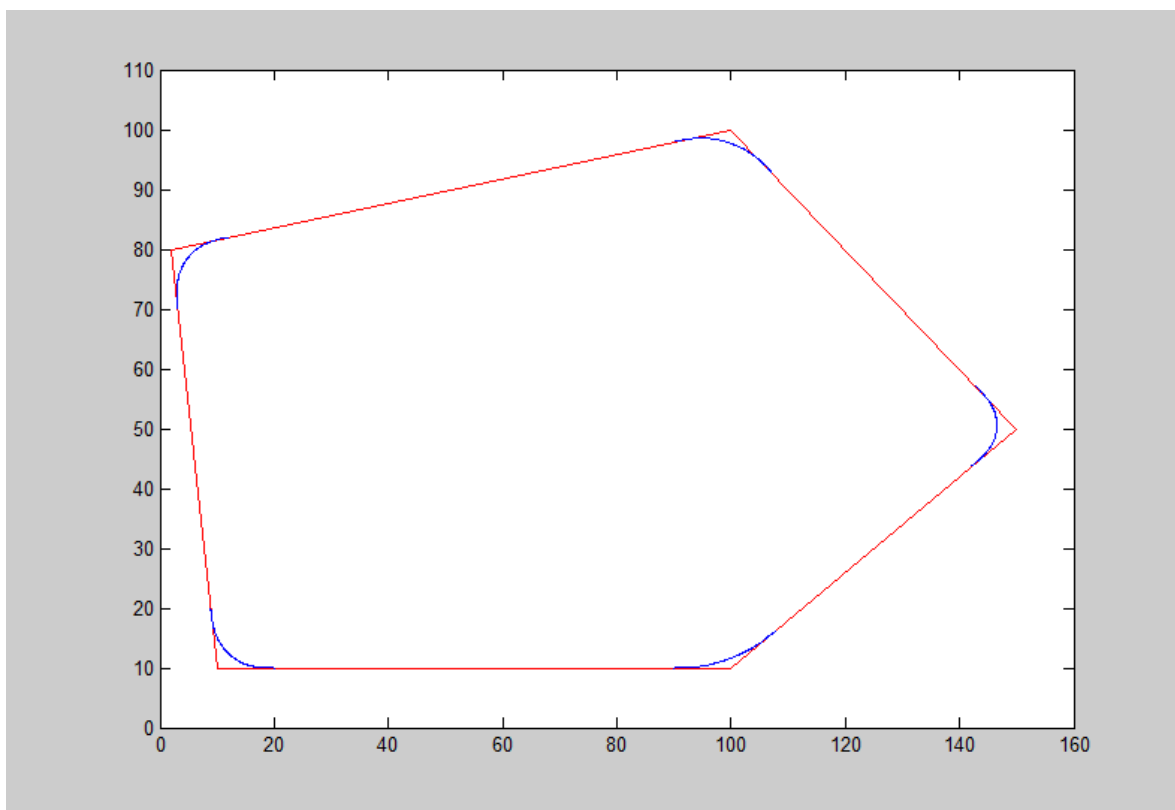
若 $D/2 < D_{min}$, 则加速度无法达到 a_{max} , 速度因此也无法达到 v_{max} , 下图为此情况下的位置、速度、加速度、加加速度曲线图



第 5.2 节 直线轨迹的融合

设直角坐标系上五个点的坐标如下

```
p1=[10,10];p2=[2,80];p3=[100,100];p4=[150,50];p5=[100,10];  
vmax=259;amax=890;jmax=8900;紧密度tightness=10;
```



如图红色为直线轨迹，蓝色为融合部分的轨迹

结 论

本文提出的方法为具有加加速度限制的点对点运动提供了平滑的、受控的接近时间最优的轨迹。该方法计算效率高，并已成功地应用于六自由度机械臂的实时轨迹规划中。五次多项式的级联用于提供点对点轨迹的受控描述。用于加速度的正弦波模板确保五次多项式曲线不振荡。给出了在两点间实现该方法所需的算法，并给出了仿真和实验结果。还提出了一种在一系列路径点上混合这些直线轨迹的方法。最后给出了一个改进的多路点路径跟踪的例子。

参考文献

- [1] 张小江. 机器人仿真研究及运动学动力学分析[D]. 吉林: 吉林大学, 2005
- [2] 孙秀萍. 机器人手臂轨迹规划的研究[J]. 内蒙古师范大学学报, 2009, 38(2):174-177
- [3] 时凯飞, 李瑞峰. 7 自由度仿人手臂运动学研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003, 35(7):806-808
- [4] 张红强. 工业机器人时间最优轨迹规划[D]. 湖南大学, 2004
- [5] 孙学俭, 于国辉, 周文乔, 徐光霁. 对世界机器人发展特点的分析[J]. 机器人技术与应用, 2002(3):8:9
- [6] 于登云, 孙京, 马兴瑞. 空间机械臂技术及发展建议. 航天器工程. 2007, 16(4): 1-8
- [7] 张畅, 唐立军, 吴定祥, 贺慧勇, 司妞, 李涛. 六轴机械臂在冰箱能耗监测线中的轨迹分析[J]. 电子科技. 2014.04
- [8] 马强. 六自由度机械臂轨迹规划研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2007
- [9] 孙亮, 马江, 阮晓钢. 六自由度机械臂轨迹规划与仿真研究[J]. 控制工程. 2010.03
- [10] 卢君宜. 基于结构参数误差补偿的农业采摘机械臂的轨迹规划[D]. 浙江: 浙江工业大学, 2010
- [11] B. Cao, G. I. Dodds, and G. W. Irwin, "Time-optimal and smooth constrained path planning for robot manipulators," in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, 1994, pp. 1853–1858.
- [12] S. Chand and K. Doty, "Online polynomial trajectories for robot manipulators," Int. J. Robot. Res., vol. 4, pp. 38–48, Summer 1985.
- [13] J. W. Jeon and Y. Y. Ha, "A generalized approach for the acceleration and deceleration of industrial robots and CNC machine tools," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 47, pp. 133–139, Feb. 2000.
- [14] O. Dahl, "Path-constrained robot control with limited torques—Experimental evaluation," IEEE Trans. Robot. Automat., vol. 10, pp. 658–669, Oct. 1994.
- [15] J. Kieffer, A. J. Cahill, and M. R. James, "Robust and accurate time-optimal path-

tracking control for robot manipulators,” IEEE Trans. Robot.

Automat., vol. 13, pp. 880–890, Dec. 1997.

[16]刘好明. 156R 关节型机器人轨迹规划算法研究及仿真[D]. 山东: 山东理工大学, 2008

[17]解本铭, 王伟. 打磨机械臂的轨迹规划与仿真[J]. 中国民航大学学报. 2010,28[4]: 1-2

[18]习雷平, 陈自力, 田庆民. 地面无人作战系统机械臂运动学建模与仿真. 军械工程学院学报[J]. 2012, 01

[19]王树国, 蔡鹤皋. 空间智能机器人地面实验综合平台实时仿真系统. 中国宇航学会机器人学术会议(空间机器人专题)论文集. 哈尔滨工业大学机器人研究所. 1992: 49~52

[20]蒋新松. 机器人学导论. 辽宁科学技术出版社. 1994: 511~516, 543~554.

[21] S. Macfarlane, “Online smooth trajectory planning for manipulators,” M.A.Sc. thesis, Dept. Mech. Eng., Univ. British Columbia, Vancouver, BC, Canada, 2001.

[22] R. L. Andersson, A Robot Ping-Pong Player: Experiment in Real-Time Intelligent Control. Cambridge, MA: MIT Press, 1988.

[23] W. H. Press, B. P. Flannery, W. T. Vetterling, and S. A. Teukolsky, Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1992, pp. 184–185.

[24] J. Lloyd and V. Hayward, “Trajectory generation for sensor-driven and time-varying tasks,” Int. J. Robot. Res., vol. 12, pp. 380–393, Aug. 1993.

[25] G. Sahar and J. M. Hollerbach, “Planning of minimum-time trajectories for robot arms,” Int. J. Robot. Res., vol. 5, pp. 90–100, Fall 1986.

[26] Matlab User’s Guide. Natick, MA: The MathWorks, 1995.

致 谢

首先我要感谢的是我的校内导师胡标老师。胡标老师在我整个毕设期间给予了我很大的帮助，每周一我们都会进行一次讨论，就毕设过程中遇到的新问题进行探讨，他总是能及时的帮我解答，文献看不懂的时候也会细心的给我讲解其中重要知识，十分感谢胡老师的悉心照顾和用心指导。

其次，还要感谢 matlab 论坛上的大佬。在我调试 matlab 程序时遇到的问题，他们总能及时的回答我，指出我程序的不足部分，并提出修改意见。

最后，我要感谢的是我的母校以及我的同学们。大学四年里，与同学们朝夕相处，除了学习上的互相帮助，还有生活上的互相照顾。在这个集体中，我从方方面面得到了很多帮助，衷心感谢班上的同学们与我一起度过了这美好的四年。